

**Тема:** Підсумковий урок за темою «Інтеграл та його застосування»

**Мета:**

- *Навчальна:* систематизувати та узагальнити знання учнів за темою інтеграл та його застосування;
- *Розвиваюча:* закріпити вміння знаходити визначений інтеграл, площу криволінійної трапеції та застосовувати отримані знання на практиці;
- *Виховна:* виховувати наполегливість, інтерес до вивчення точних наук;

**Компетенції:**

- *Соціальна та громадянська компетентності:*
  - **Уміння:** висловлювати власну думку, слухати і чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аргументувати та відстоювати свою позицію; співпрацювати в команді, виділяти та виконувати власну роль в командній роботі;
  - **Ставлення:** ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу; налаштованість на логічне обґрунтування позиції без передчасного переходу до висновків; повага до прав людини, активна позиція щодо боротьби із дискримінацією.

**Тип уроку:** закріплення знань та вмінь;

**Обладнання:** опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання;

## Хід уроку

### I. Організаційний етап

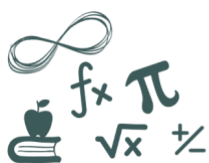
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

### II. Актуалізація опорних знань

- Сформулюйте основну властивість первісної
- Продовжте запис:

$$\int f(kx + b)dx = \frac{1}{k}F(kx + b) + C$$

- Як обчислити визначений інтеграл?
  1. Знайти будь-яку первісну  $F$  функції  $f$  на проміжку  $[a; b]$ ;



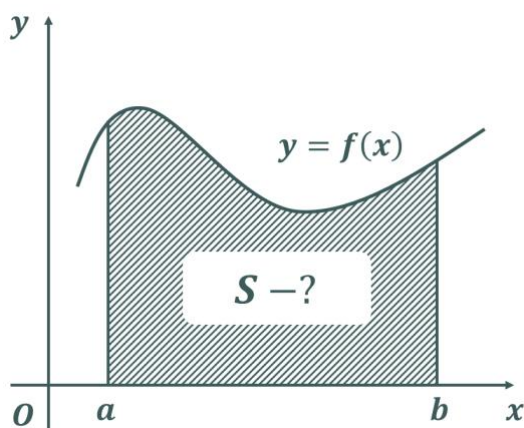
2. Обчислити значення первісної  $F$  у точках  $x = b$  і  $x = a$ ;
3. Знайти різницю  $F(b) - F(a)$ ;

Виконуючи обчислення визначених інтегралів зручно використовувати такий запис:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

- Яка формула виражає геометричний зміст визначеного інтеграла?
- Продовжте запис:

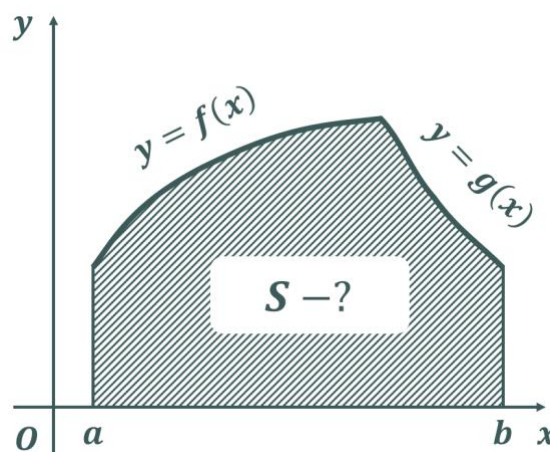
$$\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

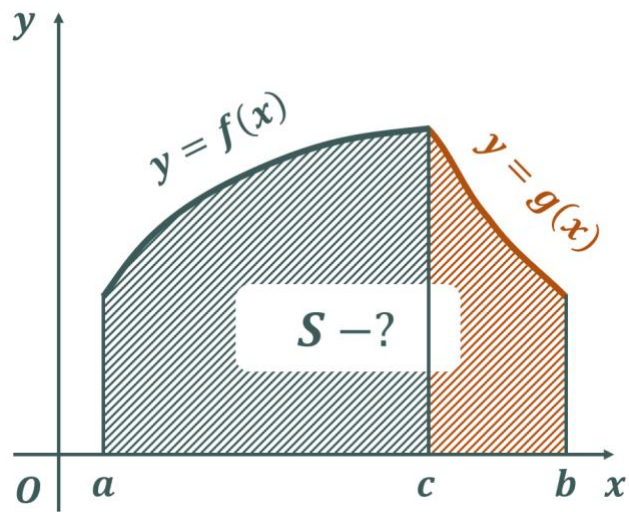
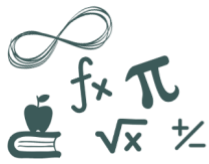


- За якою формулою можемо знайти площу криволінійної трапеції?

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

- Як можемо знайти площу цієї фігури?

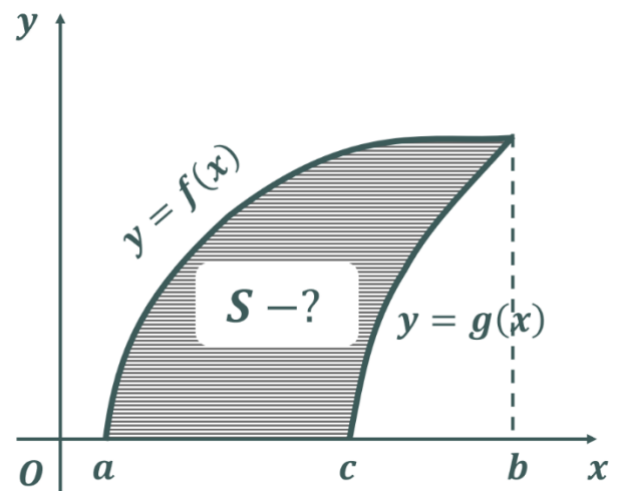




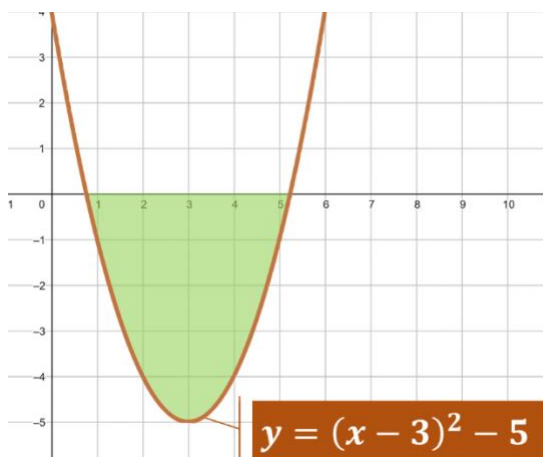
$$S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b g(x)dx$$

- За якою формулою можемо знайти площу цієї фігури?

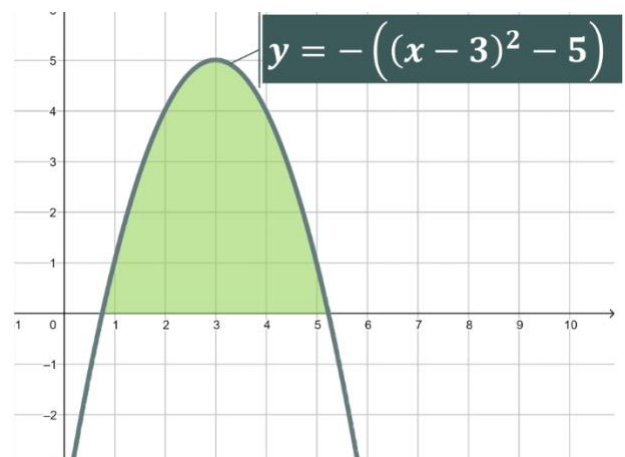
$$S = \int_a^b f(x)dx - \int_c^b g(x)dx$$



- Чи будуть ці площі рівними?

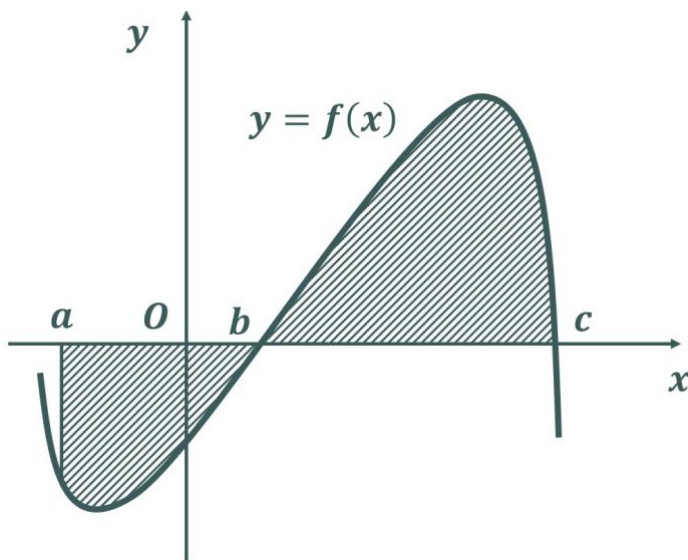
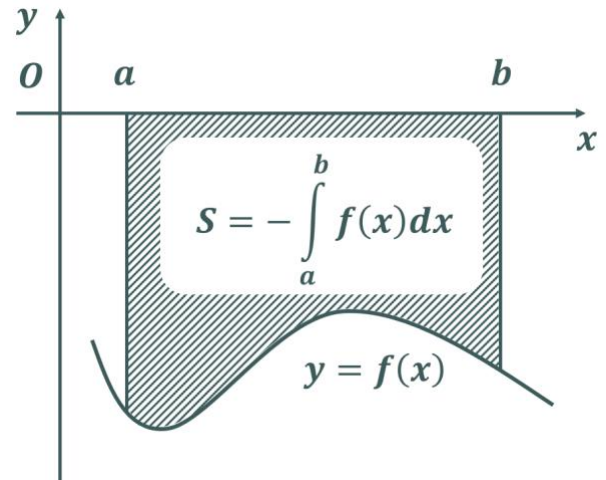
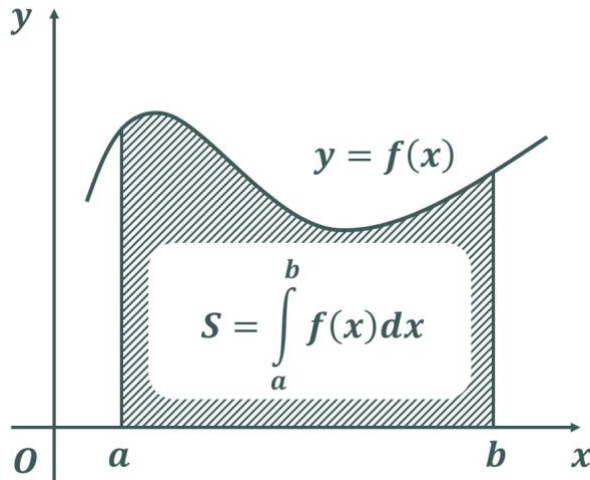


(Так)





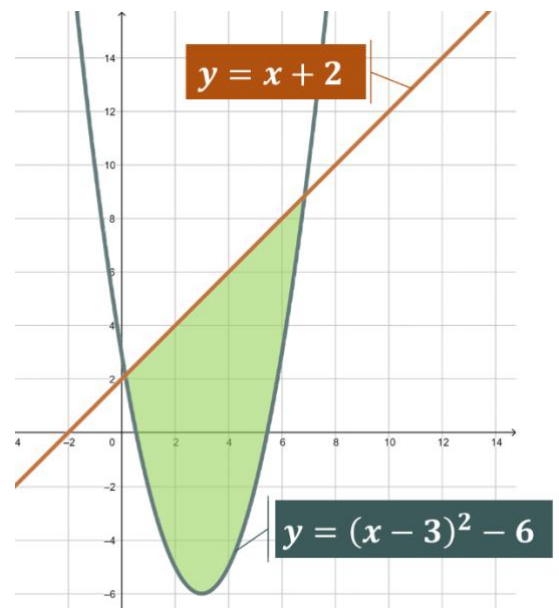
➤ Який можемо зробити висновок?

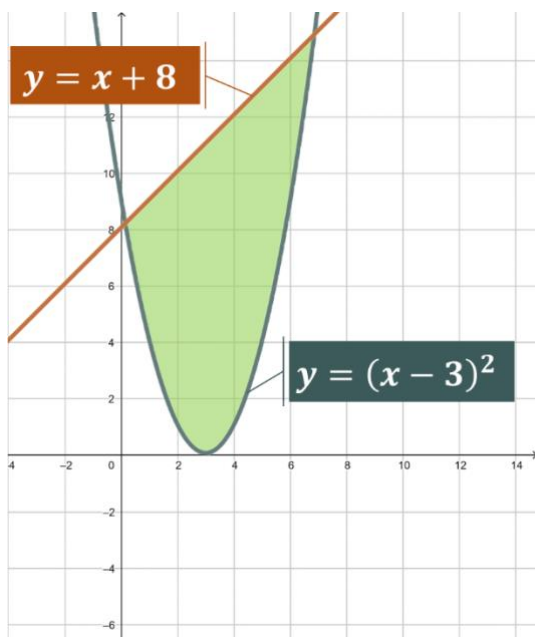
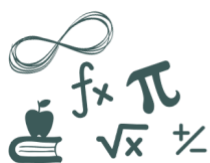


➤ Як знайти площу такої фігури?

$$S = -\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

➤ Як знайти площу такої фігури?  
(Учні висловлюють власні ідеї)





- Площа шуканої фігури знаходиться одночасно над віссю  $Ox$  та під нею, тому перенесемо площу шуканої фігури на необхідну нам кількість одиниць паралельно осі ординат.

За умовою очевидно, що графік функції  $y = (x - 3)^2 - 6$  опущено вниз на 6 одиниць, тому «підніmemo» нашу шукану площу фігури на 6 одиниць паралельно осі ординат.

Перенесена нами на 6 одиниць паралельно осі ординат площа шуканої фігури буде обмежена лініями  $y = (x - 3)^2$  та  $y = x + 8$ .

### III. Розв'язування задач

№1

Знайдіть загальний вигляд первісної для функції:

1)  $y = \frac{1}{x^2} - 2 \cos x$

2)  $y = 3 \cos x - \frac{3}{x^4}$

Розв'язок:

1)  $F(x) = -\frac{1}{x} - 2 \sin x + C$

2)  $F(x) = 3 \sin x + \frac{3}{3x^3} + C = 3 \sin x + \frac{1}{x^3} + C$

№2

Установіть, чи є функція  $F$  первісною функції  $f$  на множині  $\mathbb{R}$ :

1)  $F(x) = 4x - x^3, f(x) = 4 - 3x^2$

2)  $F(x) = 0,5 - \sin x, f(x) = -\cos x$

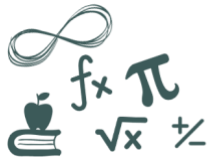
Розв'язок:

1)  $F(x) = 4x - x^3, f(x) = 4 - 3x^2$

$F'(x) = 4 - 3x^2 \Rightarrow$  функція  $F$  є первісною функції  $f$  на множині  $\mathbb{R}$ , так як  $F'(x) = 4 - 3x^2 = f(x)$

2)  $F(x) = 0,5 - \sin x, f(x) = -\cos x$

$F'(x) = -\cos x \Rightarrow$  функція  $F$  є первісною функції  $f$  на множині  $\mathbb{R}$ , так як  $F'(x) = -\cos x = f(x)$



Обчисліть інтеграл:

$$1) \int_{0,5}^1 \frac{dx}{x^3}$$

$$2) \int_{2\pi}^{4\pi} \cos \frac{x}{4} dx$$

Розв'язок:

$$1) \int_{0,5}^1 \frac{dx}{x^3} = -\frac{1}{2x^2} \Big|_{0,5}^1 = -\frac{1}{2} + 2 = 1,5$$

$$2) \int_{2\pi}^{4\pi} \cos \frac{x}{4} dx = 4 \sin \frac{1}{4} x \Big|_{2\pi}^{4\pi} = 4 \sin \pi - 4 \sin \frac{\pi}{2} = 0 - 4 = -4$$

№4

Для функції  $f(x) = 2 - 8 \sin 4x$  знайдіть первісну, графік якої проходить через точку  $A) \left(\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{2}\right)$

Розв'язок:

$$f(x) = 2 - 8 \sin 4x$$

Знайдемо первісну:

$$F(x) = 2x + 2 \cos 4x + C$$

Підставимо значення функції в заданій точці та знайдемо значення  $C$ :

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{8} + 2 \cos \frac{4\pi}{8} + C$$

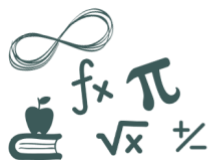
$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + 2 \cos \frac{\pi}{2} + C$$

$$C = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - 2 \cos \frac{\pi}{2}$$

$$C = \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Відповідь: } F(x) = 2x + 2 \cos 4x + \frac{\pi}{4}$$





Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^3 - 1$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$

*Розв'язок:*

Знайдемо точку перетину графіку функції  $y = x^3 - 1$  з віссю  $Ox$ :

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x^3 = 1$$

$x = 1$  (Нижня межа інтегрування)

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 (x^3 - 1) dx = \left. \frac{x^4}{4} - x \right|_1^2 = \frac{2^4}{4} - 2 - \frac{1^4}{4} + 1 = 4 - 2 - \frac{1}{4} + 1 \\ &= 2\frac{3}{4} \text{ (кв. од.)} \end{aligned}$$

Відповідь:  $2\frac{3}{4}$  (кв. од.)

№6

Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:  $y = 4x^2$ ,  $y = -12x$

*Розв'язок:*

$$y = 4x^2, y = -12x$$

Знайдемо точки перетину  $y = 4x^2$  та  $y = -12x$ :

$$4x^2 = -12x$$

$$4x^2 + 12x = 0$$

$$4x(x + 3) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -3 \end{array} \right| \text{ (Межі інтегрування)}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^0 (-12x - 4x^2) dx = \left. -\frac{12x^2}{2} - \frac{4x^3}{3} \right|_{-3}^0 = -6x^2 - \frac{4x^3}{3} \Big|_{-3}^0 \\ &= 0 + 54 - 36 = 18 \text{ (кв. од.)} \end{aligned}$$

Відповідь: 18 (кв. од.)



Матеріальна точка рухається по прямій так, що її швидкість в момент часу  $t$  дорівнює  $v(t) = (60 - 0,3t^2)$  м/с. Знайдіть шлях (в метрах), що подолає точка за час з 6 с до 10 с руху.

Розв'язок:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$
$$S = \int_6^{10} (60 - 0,3t^2) dt = 60t - \frac{0,3t^3}{3} \Big|_6^{10} = 600 - 100 - 360 + 21,6$$
$$= 161,6 \text{ (м)}$$

Відповідь: 161,6 (м)

#### IV. Підсумок уроку

- Дати відповідь на запитання учнів
- Індивідуальна робота з учнями за незрозумілими темами

#### V. Домашнє завдання

Повторити §2 Підготуватися до контрольної роботи	Мерзляк А.Г.
Повторити §8-12 Підготуватися до контрольної роботи	Істер О.С.
Повторити §6-7 Підготуватися до контрольної роботи	Нелін Є.П.
Повторити §5-8 Підготуватися до контрольної роботи	Бевз Г.П.